



STUDIES OF NON-STATIONARY VIBRATIONS OF A CYLINDRICAL BELT-ELASTIC ROD

Hakim Alimov¹

Jonibek Ganiyev²

Jizzakh State Pedagogical University

KEYWORDS

elastic stern, vibrations,
differential equation

ABSTRACT

The general equations of the torsional vibration of a circular elastic steering wheel are derived in the article. Classical and refined equations were found separately from the obtained general equations.

2181-2675/© 2024 in XALQARO TADQIQOT LLC.

DOI: **10.5281/zenodo.13923763**

This is an open access article under the Attribution 4.0 International(CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

¹ Senior teacher of the Department of Mathematics Teaching Methodology, Jizzakh State Pedagogical University, Uzbekistan (xakim-alimov@mail.ru)

² Graduate student, Jizzakh State Pedagogical University, Uzbekistan

SILINDRIK QAYISHQOQ-ELASTIK STERJENNING NOSTATSIONAR TEBRANISHLARI TADQIQOTLARI

KALIT SO'ZLAR/ КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

elastik sterjen, tebranishlar,
differensial tenglama

ANNOTATSIYA/ АННОТАЦИЯ

Maqolada doiraviy elastik sterjening buralma tebranishining umumiy tenglamalari keltirib chiqarilgan. Olingan umumiy tenglamalardan xususiy holda klassik va aniqlashtirilgan tenglamalari topgan.

Bernulli statik egilishning differensial munosabatlarini olguniga qadar deformatsiyalanuvchi sterjenlar egilishi haqidagi tadqiqotlar nashr etilmagan. Bu tadqiqotlarni undan keyin L.Eyler (1744) davom ettirdi. Ushbu tenglama ko'ndalang inersiya kuchini hisobga oluvchi dinamik had bilan to'ldirildi. Shunday qilib balkaning ko'ndalang tebranish differensial tenglamasi hosil qilindi va u klassik yoki Eyler-Bernulli tenglamasi deb atala boshladi.

Sterjen uzunligi bo'yicha bir jinsli bo'lmagan, balkaning tebranish differensial tenglamasining ko'rinishi quyidagicha

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = q \quad (1)$$

$$M = EI \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad Q = \frac{\partial^2 M}{\partial x}; \quad (2)$$

bunda x – bo'ylama koordinata, t – vaqt, U – qaralayotgan nuqtaning sterjenning markaziy o'qidan chetlashishi, M – eguvchi moment, Q – qirquvchi kuch, q – taqsimlangan kuch, F – ko'ndalang kesim yuzi, E – yung moduli, ρ – zichlik.

Sterjenning klassik egilish nazariyasi tekis kesimlar gipotezasiga asoslangan: dastlabki ko'ndalang kesimdagi tekislik egilishdan keyin ham balkaning ko'ndalang tolalariga normalligicha qoladi. Ko'ndalang va bo'ylama tolalar bo'yicha kuchlanishlarni hisobga olmasa ham bo'ladigan darajada kichik. Tekis kesimlar gipotezasi tajribalardan katta aniqlikka ega.

Aksaryat materiallar uchun Puasson koeffitsiyenti ($\nu > 0$) nolga teng emas va uning ta'siri bo'ylama cho'zilishda yon tomondan siqilishga, bo'ylama siqilishda yon tomondan kengayishga olib keladi. Bundan ko'rinadiki tekis kesimlar gipotezasi egilish vaqtida ko'ndalang kesimdagi nuqtalarning ko'chishini cheklamaydi. Keltirilgan (1.1) tenglamadan sterjenning tebranish tadqiqotlarida J.Fure (1818) J.Bussinesk (1883) va boshqalar foydalanganlar. Sterjenning ko'ndalang tebranish klassik nazariyasi, sterjen elementlarida aylanish inersiyasi ta'siri hisobga olinganda va ko'ndalang siljish deformatsiyalarining ifodasi S.P.Timoshenko tomonidan taklif etilgan.

Keltirilgan yechimlar sterjen statik egilganda ko'ndalang siljish deformatsiyasi muhim ekanligini ko'rsatadi. Statik holatda ko'ndalang siljish deformatsiyasini rezinali sterjenlarda yaqqol ko'rishimiz mumkin [7]. Siljish deformatsiyasi kuchlanish konsentratorlar yaqinidagi biror atrofida bilinadigan yassi ko'ndalang kesimning buzilishiga olib keladi (jamlangan kuchlar, chetlar, jamlangan massalar, qattqlik yoki zichlik sakrashlari va h.k.) konsentratorlarini bevosita uch o'lchovli elastiklik nazariyasi doirasida muhokama etish zarur.

Dinamik masalalarda bundan tashqari tebranish modellari bilan bog'liq ko'ndalang kesimlarining tuzilishi mumkinligini ta'kidlaymiz; vaqt bo'yicha o'zgaruvchilar, maydonlar katta gradiyentlar zonalarida elastiklik nazariyasi klassik modeli to'g'ri kelmasligi mumkin.

Yaxlit sterjen tebranishlari haqidagi masalani qarab S.P.Timoshenko past chastotalarda ko'ndalang kesimi deformatsiyasining kichik ta'siri chastotaning oshishi bilan o'sadi degan xulosaga kelgan.

Bu uzunlik birligiga buralish to'lqinlari sonining oshishi bilan izohlanadi. S.P.Timoshenko [21] ishlariga tayanib ko'ndalang siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasini hisobga olib bir jinsli prizmatik sterjen buralma tebranishlari to'lqin tenglamasini yozamiz. Urinmaning egrilik chizig'iga og'ish burchagi $\frac{\partial w}{\partial x}$, bu holda buralma deformatsiyalari, ψ egrilik va neytral o'q oldidagi γ siljishlardan iborat, ya'ni

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \psi + \gamma \quad (3)$$

Eguvchi moment M va Q ko'ndalang kuchlar ifodalari quyidagicha:

$$M = EI \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad Q = kGF \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right); \quad (4)$$

Sterjen cheksiz kichik elementining aylanish inersiyasi hisobga olinganda chiziq tekisligiga perpendikulyar k nuqta orqali o'tuvchi o'qqa nisbatan harakat tenglamasi quyidagicha:

$$-\frac{\partial M}{\partial x} dx + Q dx = \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dx; \quad (5)$$

Olingan elementning oy – o'qqa nisbatan harakat tenglamasi ushbu ko'rinishga ega

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx = \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx - q dx; \quad (6)$$

(4) munosabatni hisobga olsak (5) va (6) tenglamalardan ikkita harakat differensial tenglamalariga ega bo'lamiz

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + kGF \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) = \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$kGF \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + q = \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (8)$$

Bu differensial tenglamalardan ψ ni yo'qotib Timoshenko tomonidan aniqlangan balka tenglamasiga ega bo'lamiz

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left(\rho I + \frac{\rho EI}{kG} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{kG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = q - \frac{EI}{kGF} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\rho I}{kGF} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \quad (9)$$

Agar (9) tenglama tarkibidagi k bo'lgan hadni hisobga olmasak, undan Releyning aylanish inersiyasi hisobga olingan tenglamasiga ega bo'lamiz. Chegaraviy masalalarni yechishda (7) va (8) aniqlashtirilgan tenglamalar (2) va (3) munosabatlarga mos holda chegaraviy shartlar bilan to'ldiriladi. Bunda chegaraviy shartlar korrektiligi haqidagi masala muhim hisoblanadi. Ba'zi ishlarda [9, 10, 11] Timoshenkoning tenglamalari klassik nazariya chegaraviy shartlari bilan yechilgan, bu esa nokorrekt.

$w-y$ o'qi bo'yicha ko'ndalang siljish va x o'qi yo'nalishida bo'ylama siljishning aproksimatsiyalariga asoslangan.

$$w(x, y, z, t) \cong w(x, t) \quad (10)$$

$$U(x, y, z, t) = \frac{\partial w}{\partial x} y + \varphi(x, t) f(y); \quad (11)$$

ko'rinishidagi Timoshenko modelining keng tarqalgan tavsifini keltiramiz, (1.11) dagi ikkinchi qo'shiluvchi ko'ndalang kesimlar buzilishini, ya'ni ularning tekislikdan siljishini hisobga oladi. (10) va (11) larni hisobga olib kuchlanishlar uchun ifodalar

$$\sigma_x = E \frac{\partial U}{\partial x} = E \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} y + \frac{\partial \varphi}{\partial x} f(y) \right]; \quad (12)$$

$$\tau_{xy} = G \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = G \varphi(x, y) f'(y); \quad (13)$$

ko'rinishni oladi.

Klassik nazariyadagi ko'ndalang normal kuchlanishlar va (12) o'q deformasiyasi bilan bog'lanish ko'ndalang σ_y va bo'ylama σ_x kuchlanishlarni hisobga olmasdan qabul qilinadi.

Integral kattaliklarga o'tib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch uchun quyidagi ifodalarni olamiz

$$M = -EI \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right); \quad (14)$$

$$Q = -GF_\varphi(x, t) \quad (15)$$

(14) va (15) formulalardan ko'rinadiki bu yerda k – korrektlovchi koeffitsiyent, φ – ko'ndalang kesimda siljishning o'rtacha burchagi kesim tekisligi buzilishi taxminiy xarakterlovchi $f(y)$ – funksiya ko'rinishi shunday tanlanadiki, kesimda urinma kuchlanishlar taqsimoti elementar nazariyadagi kabi

$$\tau_{xy} = \frac{QS}{Ib}; \quad (16)$$

D.I. Jukovskiy formulalariga ko'ra bo'lishi lozim. Shuning uchun (12), (13) va (16) dan

$$f'(y) = -\frac{FS(y)}{Ib}, \quad k = \frac{1}{I} \int_F f(y) y dF; \quad (17)$$

kelib chiqadi.

(17) formulalar k korrektlovchi koeffitsiyent kattaligini hisoblashga imkon beradi

(masalan, to'g'ri to'rtburchakli kesim uchun $k = 615$)

$$\psi = \frac{\partial w}{\partial x} - k\varphi; \quad (18)$$

bog'lanishni kiritib

$$M = EI \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Q = -\frac{GF}{k} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right); \quad (19)$$

ifodalarni olamiz, ular (7) va (8) tenglamalarga olib keladi. (3), (18) va (19) tenglamalarni taqqoslashdan $k\varphi = \gamma$ kelib chiqadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Филиппов И. Г, Чебан В. Г. Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней. – Кишинев: Штиинца, 1988. – 190 с.
2. Худойназаров Х.Х. Нестационарное взаимодействие цилиндрических оболочек и стержней с деформируемой средой.
3. Кубенко В.Д. Нестационарное взаимодействие элементов конструкций со средой. – Киев: Наук. думка, 1979. – 188 с.
4. Петрашень Г.И. Проблемы инженерной теории колебаний вырожденных систем // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1966. – №5. – С. 3-33.
5. Уфлянд Я.С. Распространение волн при поперечных колебаниях стержней и пластин. Прикл. матем. и мех., 1948, 12, №3, 287-300.
6. Кабулов В.К. О волновых уравнениях колебания балок, пластин и оболочек. В сб. Вопр. вычисл. матем. Ташкент, АН УзССР, 1963, 104-139- РЖМех, 1964, 3В195.
7. Худойназаров Х.Х., Абдуллаев Э. Эластик назарияси масалаларини сонли ечиш. СамДУ, Самарқанд, 1995.
8. Худойназаров Х.Х., Исмазова Ф. Основные направления развития уточненных теорий колебания цилиндрических оболочек // Сб. науч. работ. – Изд-во СамГУ, 1997г. – С
9. Худойназаров Х. Продольно-радиальные колебания круговой цилиндрической вязкоупругой оболочки, находящейся в деформируемой среде // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Материалы III Всесоюзной конференции. Горис. 4-8 июня 1990 г. – Ереван: 1990. – С. 21-26.
10. Тюманок А. Неуситановившееся осесимметричное колебание цилиндрической оболочки, возбуждаемое подвижной нагрузкой // Изв. АН ЭССР. т. 14. Сер. физ.-мат. и техн. наук. – 1985. – №3. – С. 414-421.
11. Нигуль У.К. О применимости приближенных теорий при переходных процессах деформации круговых цилиндрических оболочек // Труды VI. Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Баку, 1966. – М. Наука, 1966. – С. 593-599.
12. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек // Итоги науки и техники. Сер. Механика тверд. деформир. тел. – Т. 5. – М.: ВИНТИ, 1973. – 272 с.

13. Теория оболочек с учетом поперечного сдвига. Под. ред. проф. Галимова К.З. - Казань: изд-во КГУ, 1977.-212 с.

14. Бердиев Ш.Д. Продольно-радиальные колебания цилиндрической оболочки с учетом окружающей среды // Узб. Журнал Проблемы механики – 1998. №1.-С.22-27

15. Herrmann G., Mirsky I. Iherr-dimensional and shell-theory analysis of xially Summetric motions of cylinders // I. Appl. Mech.-1956.-V.23, №4.-p.563-568.

16. Филлипов И.Г., Кудайназаров К. Приближенные уравнения нестационарных колебаний толстостенной круговой цилиндрической вязкоупругой оболочки // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук.-1980.-№2. С.41-45.

17. Шавелев А.А. Вынужденные колебания консольной цилиндрической оболочки переменной толщины при кинематическом возбуждении вдоль оси // Деп. В ЦНИИТЭИ приборостроения.-№3427. пр. от 10.09.1986 18. Berkowitz H.M. Longitudinal impact of a seminfinite Elastic Cylindrical shells // J. Appl. Mech.-1963.-v.30, №3.-P.347-354

19. Ильясов М.Х., Гасанов А.Х. Нестационарная задача о продольном ударе по вязкоупругому цилиндрической конечной длины // Изв. АН АзССР. Сер. физ.-техн. и мат. наук.-1986.-7.-№3.-С.50-57.

20. Клейн Г.К. Расчет подземных трубопроводов.-М.: Изд-во Литер. по стр-ву, 1969.-240с. 21. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. Пер. с англ.-М.: Машиностроение, 1985.-472 с. 22. Исмаилов К. Сиқилган стерженлар, пластинкалар ва қобіқларнинг эластиклик чегарасидан кейинги устиворлиги. Тошкент, 2006, 175 б.