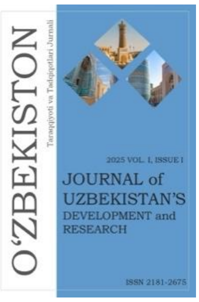

Journal of Uzbekistan's
Development and Research (JUDR)

Journal home page: https://ijournal.uz/index.php/judr

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА РИСКА И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Кеунимжаев Мухамедали[1]

Омонов Шерзод[2]

Юлдашев Санжарбек[3]

Ташкентский государственный экономический университет

KEYWORDS

риск, принятие решений, экономическое моделирование, теория вероятностей, математическая оптимизация, теория игр, эконометрический анализ.

ABSTRACT

В статье рассмотрены современные математические методы, используемые для анализа и управления рисками при принятии решений в экономике. Основное внимание уделено вероятностным методам, статистическим подходам, а также методам оптимизации и теории игр. Приведены примеры практического применения математических моделей для решения реальных экономических задач и представлены рекомендации по их использованию в практике экономического планирования и управления.

2181-2675/© 2025 in XALQARO TADQIQOT LLC.
DOI: **10.5281/zenodo.15537782**

Введение

Актуальность изучения математических методов анализа рисков и принятия решений в экономике обусловлена постоянным усилением неопределённости и изменчивости современного экономического окружения. Управление рисками становится необходимым элементом в деятельности организаций, финансовых институтов и предприятий, что требует научно-обоснованного подхода для принятия эффективных решений. От качества анализа рисков напрямую зависит устойчивость и конкурентоспособность экономических субъектов.

Цель данной статьи состоит в изучении и демонстрации практического применения современных математических методов для количественного анализа экономических

[1] Ташкентский государственный экономический университет Преподаватель кафедры "Высшая и прикладная математика"

[2] Ташкентский государственный экономический университет Преподаватель кафедры "Высшая и прикладная математика"

[3] Ташкентский государственный экономический университет Преподаватель кафедры "Высшая и прикладная математика"

рисков и повышения эффективности принятия решений. Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

- Рассмотрены теоретические основы анализа и классификации рисков.
- Описаны основные математические методы оценки риска (вероятностные и статистические методы, метод Монте-Карло).
- Исследована роль и практическое применение теории игр при принятии решений.
- Предложены конкретные примеры и расчёты, иллюстрирующие практическое применение данных методов.

В статье использованы вероятностные, статистические и оптимизационные подходы, а также теоретико-игровые модели, позволяющие обоснованно и эффективно управлять рисками и принимать взвешенные экономические решения.

1. Теоретические основы анализа рисков в экономике

1.1. Определение и классификация экономических рисков

Риск — это вероятность возникновения неблагоприятных последствий от принимаемых решений или внешних факторов в экономике. В более широком смысле, экономический риск можно определить как возможность отклонения фактических результатов от ожидаемых значений.

Экономические риски принято классифицировать следующим образом:

- **По сфере возникновения:**
  - Производственные риски (связаны с процессом производства, оборудованием, технологиями).
  - Финансовые риски (связаны с финансовыми операциями, инвестициями, кредитованием).
  - Рыночные риски (связаны с колебаниями рынка: спрос, предложение, цены).
  - Политические и социальные риски (связаны с политической ситуацией, законодательством и социальными факторами).
- **По характеру последствий:**
  - Чистый риск (ведет только к убыткам или отсутствию изменений).
  - Спекулятивный риск (может привести к прибыли или убытку).

1.2. Методы количественного анализа рисков

Количественный анализ рисков основан на математических и статистических методах, позволяющих дать численную оценку степени риска.

Наиболее распространенные количественные методы:

а) Статистические меры риска

- **Дисперсия** s^2 – показывает, насколько сильно значения случайной величины разбросаны относительно ее среднего значения:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

где:

- x_i – фактическое значение переменной;
- $\bar{x}$ – среднее значение переменной;
- n – количество наблюдений.

Стандартное отклонение s – корень из дисперсии, отражает степень неопределённости:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Коэффициент вариации (CV) — относительная мера риска, выражается в процентах и используется для сравнения рисков различных инвестиционных проектов:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Пример:

Рассмотрим два инвестиционных проекта А и В с ожидаемыми доходностями и стандартными отклонениями:

Показатель	**Проект А**	**Проект В**
Средняя доходность $(\bar{x})$	10%	15%
Стандартное отклонение (s)	2%	6%

Рассчитаем коэффициенты вариации:

$$CV_A = \frac{2\%}{10\%} \times 100\% = 20\% \quad CV_B = \frac{6\%}{15\%} \times 100\% = 40\%$$

Таким образом, несмотря на то, что проект В имеет большую доходность, проект А менее рискованный с точки зрения относительных колебаний доходности.

б) Метод сценариев

Использует прогнозирование рисков на основе нескольких возможных сценариев (оптимистического, пессимистического и нейтрального):

Ожидаемое значение по методу сценариев рассчитывается как математическое ожидание случайной величины:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot X_i$$

где:

- P_i — вероятность наступления i-го сценария;
- X_i — результат (значение) i-го сценария.

Пример:

Компания прогнозирует три возможных сценария прибыли в следующем году:

Сценарий	**Прибыль (млн долл.)**	**Вероятность**
Оптимистичный	15	0,3
Нейтральный	8	0,5
Пессимистичный	-2	0,2

Рассчитаем ожидаемую прибыль:

$$E(X) = (15 \times 0{,}3) + (8 \times 0{,}5) + (-2 \times 0{,}2) = 4{,}5 + 4 - 0{,}4 = 8{,}1$$

в) Имитационное моделирование (метод Монте-Карло)

Используется для оценки риска с помощью многократного случайного моделирования результатов. Процесс состоит из следующих шагов:

1. Определение вероятностных распределений для входных параметров.
2. Генерация случайных значений параметров на основе этих распределений.
3. Проведение большого числа имитаций для расчета распределения результатов и оценки риска.

Формально:

Если случайная величина X описывается распределением вероятностей $f(x)$, ожидаемое значение оценивается как среднее из множества случайных значений, сгенерированных из этого распределения:

$$E(X) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

где:

- N – количество имитаций;
- X_i – результат каждой отдельной имитации.

1.3. Связь анализа рисков с принятием экономических решений

Количественные оценки рисков напрямую влияют на экономические решения:

- **Принятие инвестиционных решений**: Выбор наиболее эффективного проекта с учетом соотношения риск/доходность.
- **Кредитная политика банков**: Оценка вероятности дефолта заемщиков (методы скоринга).
- **Страховые компании**:

Определение страховых премий на основе вероятностных оценок убытков.

Пример:

Банк рассматривает возможность предоставления кредита двум компаниям. Используя модель вероятности дефолта, банк оценивает риски:

Компания	**Вероятность дефолта (PD)**	**Сумма кредита**
Компания X	0,02 (2%)	100 000 $
Компания Y	0,05 (5%)	100 000 $

Ожидаемый убыток (Expected Loss, EL) рассчитывается по формуле:

$$EL = PD \times EAD \times LGD$$

где:

- PD — вероятность дефолта;
- EAD — сумма под риском (сумма кредита);
- LGD — уровень потерь при дефолте (например, 50%).

Таким образом, при LGD = 50%:

- Компания X : $EL = 0,02 \times 100000 \times 0,5 = 1000\$$
- Компания Y : $EL = 0,05 \times 100000 \times 0,5 = 2500\$$

На основании этих расчетов банк примет решение о кредитовании компании X , так как ожидаемые потери ниже.

Таким образом, использование математических методов количественного анализа рисков позволяет существенно повысить качество принимаемых решений и снизить неопределенность в экономических процессах.

Если такой подход подходит, можем продолжить разработку следующих разделов статьи!

Теория игр и её роль в принятии экономических решений

2.1 Основные понятия теории игр

Теория игр — это раздел прикладной математики, изучающий оптимальные стратегии в условиях конфликта интересов между сторонами (игроками). Основные элементы игры:

- **Игроки**: субъекты, принимающие решения.
- **Стратегии**: возможные действия игроков.
- **Выигрыши** (платёжные функции): результаты, которые игроки получают в зависимости от выбранных стратегий.

Формально игра может быть записана как совокупность:

$$G = \{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{u_i\}_{i \in N}\}$$

где:

- N — множество игроков,
- S_i — множество стратегий игрока i ,
- u_i — функция выигрыша игрока i .

2.2 Равновесие по Нэшу

Равновесие по Нэшу — состояние игры, при котором ни один игрок не может увеличить свой выигрыш, изменив свою стратегию при условии, что стратегии остальных игроков неизменны.

Формальное определение:

Пусть есть набор стратегий игроков $s^* = (s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*)$. Он является равновесием Нэша, если для любого игрока i:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*), \quad \forall s_i \in S_i$$

где s_{-i}^* — набор стратегий всех игроков, кроме игрока i.

Пример (дуополия Курно):

Рассмотрим рынок с двумя фирмами (фирма 1 и фирма 2), которые одновременно выбирают объемы выпускаемой продукции q_1 и q_2. Цена товара зависит от общего выпуска $Q = q_1 + q_2$:

Пусть функция спроса:

$$P(Q) = a - b(q_1 + q_2), \quad a, b > 0$$

Функции прибыли фирм:

$$\pi_1(q_1, q_2) = q_1 \cdot [a - b(q_1 + q_2)] - c_1 q_1,$$

$$\pi_2(q_1, q_2) = q_2 \cdot [a - b(q_1 + q_2)] - c_2 q_2$$

где c_1, c_2 — постоянные издержки на единицу продукции.

Нахождение равновесия Нэша:

1. Максимизируем прибыль фирмы 1 по q_1, считая q_2 фиксированным:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 = 0$$

Аналогично для фирмы 2:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - bq_1 - c_2 = 0$$

2. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 = 0 \\ a - bq_1 - 2bq_2 - c_2 = 0 \end{cases}$$

Это и будет точкой равновесия Нэша (решение системы уравнений даст оптимальные значения q_1^*, q_2^*).

2.3 Игры с полной и неполной информацией

- **Игры с полной информацией** — игрокам известны стратегии и выигрыши всех участников (например, шахматы, дуополия Курно).
- **Игры с неполной информацией** — хотя бы один из игроков не обладает всей информацией о стратегиях или выигрышах других игроков (например, рынок труда, аукционы).

2.4 Байесовские игры (с неполной информацией)

В Байесовских играх игроки формируют ожидания относительно неизвестных параметров. Выигрыши описываются через математическое ожидание с учётом вероятностей.

Формально:

Пусть тип игрока $t_i \in T_i$ распределён с вероятностью $p(t_i)$. Тогда ожидаемый выигрыш игрока i:

$$U_i(s_i, s_{-i}) = \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} p(t_{-i} \mid t_i) u_i(s_i, s_{-i}(t_{-i}), t_i, t_{-i})$$

Пример (аукцион с закрытыми ставками):

Предположим, два игрока участвуют в аукционе, где делают скрытые ставки b_1, b_2. Предмет получает тот, кто сделал наибольшую ставку. Тип каждого игрока (реальная ценность предмета для игрока) не известен другому игроку.

Ожидаемый выигрыш игрока 1, делающего ставку b_1, будет выражаться следующим образом:

$$U_1(b_1) = (v_1 - b_1) \, P(b_1 > b_2)$$

где v_1 — ценность предмета для игрока 1, $P(b_1 > b_2)$ — вероятность того, что ставка игрока 1 выше ставки игрока 2.

2.5 Кооперативные игры: решение Шепли

Решение Шепли показывает, как справедливо распределять выгоды от сотрудничества.

Формула для решения Шепли для игрока i:

$$\varphi_i(v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{|S|!(n - |S| - 1)!}{n!} [v(S \cup \{i\}) - v(S)]$$

где:

- $v(S)$ — функция, определяющая выигрыш коалиции S,
- n — общее число игроков.

Пример (совместный проект):

Три компании A, B и C объединяются для реализации проекта:

- $v(\{A\}) = 100, \; v(\{B\}) = 200, \; v(\{C\}) = 300$

- $v(\{A,B\}) = 400, \quad v(\{A,C\}) = 500$, $v(\{B,C\}) = 600$
- $v(\{A,B,C\}) = 900$

Решение Шепли показывает, как справедливо распределить общую прибыль 900 между компаниями на основе их вклада.

Заключение

Проведённый анализ подтверждает значительную роль математических методов в современном управлении экономическими рисками и принятии решений. Вероятностные и статистические подходы, метод Монте-Карло и теория игр обеспечивают возможность количественного измерения риска, позволяют объективно сравнивать и выбирать наиболее выгодные и наименее рискованные альтернативы.

Однако применение указанных математических методов имеет определённые ограничения, связанные с необходимостью наличия качественных исходных данных, сложностью расчётов и интерпретацией полученных результатов. Тем не менее, преимущества от использования этих подходов очевидны: они способствуют повышению качества управленческих решений и минимизации потерь.

Перспективами дальнейших исследований являются разработка более точных и универсальных моделей, а также интеграция количественных методов анализа рисков с современными информационными технологиями, в том числе искусственным интеллектом и машинным обучением, что позволит ещё более эффективно управлять рисками и повышать устойчивость экономики.

Список литературы (предварительный пример источников):

1. Марковиц Г. Выбор портфеля: эффективная диверсификация инвестиций. – М.: Олимп-Бизнес, 2010.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2007.
3. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М.: Ленанд, 2021.
4. Халл Дж. Управление рисками и финансовые институты. – М.: Вильямс, 2020.
5. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 2015.
6. Gujarati D.N. Econometrics by Example. – Palgrave Macmillan, 2015.
7. Шарипов А.С., Кеунимжаев М. К. Об инвариантах поверхностей, изометричных по сечениям // Теория управления и математическое моделирование. 2022. С. 255-258.
8. Sotvoldiyev A.I., Yuldashev S.A. Matematik modellashtirish va matematik model qurish metodlari // Pedagog respublika ilmiy jurnali. – 2023. – 5-son. 44-50 betlar.
9. Sotvoldiyev A.I. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi haqida. // Journal of New Century Innovations. Uzbekistan. 2023. Vol. 34, Issue 1. pp. 102-105.

10. Ostonaqulov. D.I. Aniqmas integral va uning ba’zi iqtisodiy tatbiqlari. // Journal of New Century Innovations, 34(1), 2023. 106-112.
11. Yuldashev Sanjarbek Arslon oʻgʻli. (2023). Moliyaviy ehtimollar nazariyasi. // Ta’lim innovatsiyasi va integratsiyasi, 5(1), 66-68.
12. Gafurjan Ibragimov, Omongul Egamberganova, Idham Arif Alias and Shravan Luckraz. On some new results in a pursuit differential game with many pursuers and one evader. // AIMS Mathematics, 8(3): 6581-6589.
13. Azatova S.N Tenglamalarni yechishga oʻrgatishda oʻquvchilarda tartibga solish universial oʻquv harakatlarini shakllantirish haqida. // Муаллим ҳәм узликсиз билимлендириў jurnali Uzbekistan. 2023. 173-178 betlar.
14. Omonov Sherzod Shavkat oʻgʻli. (2023). Integration of kaup’s loaded border system in the class of periodic functions. // Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development, 21, 1-6.
15. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature //International Electronic Journal of Geometry. 2023. T. 16. №. 1. C. 160-170.
16. Sharipov A., Keunimjaev M. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature at the Vertices. 2023.